

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
К ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ  
К РАЗДЕЛУ «КИНЕМАТИКА»  
ДИСЦИПЛИНЫ «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»  
для студентов заочников  
всех специальностей

теоретической

УТВЕРЖДЕНО  
на заседании кафедр  
строительной и

механики

Протокол №  
от

Днепропетровск 2000

Методические указания по выполнению домашних заданий к разделу «Кинематика» дисциплины «Теоретическая механика» для студентов заочного факультета всех специальностей.

Составители: В.Д. Кирнос, канд. техн. наук, доц.  
Н.В. Матусина, канд. техн. наук, доц.

Ответственный за выпуск канд. техн. наук, доцент кафедры строительной и теоретической механики В.Д. Кирнос.

## ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Изучение раздела «Кинематика» курса «Теоретическая механика», как и любого другого, необходимо начать с теории. Особое внимание следует обратить на доказательство теорем и основных положений. После чего необходимо разобраться в решениях соответствующих задач, которые приводятся в разделе этой темы.

### 1. Рабочая программа раздела «Кинематика» курса «Теоретическая механика»

#### 1.1. Введение в кинематику. Кинематика точки.

Предмет кинематики. Пространство и время в классической механике. Задачи кинематики. Способы задания движения точки (векторный, координатный и естественный). Траектория движения, скорость и ускорение точки для трех способов задания движения.

#### 1.2. Кинематика твердого тела

Поступательное движение (скорость, ускорение и закон движения).  
Вращательное движение (скорость, ускорение и закон движения).  
Плоскопараллельное движение (определение скоростей точек тела, теорема о проекциях скоростей двух точек тела, мгновенный центр скоростей, определение ускорений точек тела).

#### 1.3. Сложное движение точки.

Теорема о сложении скоростей. Теорема Кориолиса о сложении ускорений. Ускорение Кориолиса.

2. Задачи к домашним заданиям

2.1. ЗАДАЧА К1

По заданному закону движения точки  $x = f_1(t)$ ,  $y = f_2(t)$  (табл. К1) и моменту времени  $t = 1$  с найти уравнение траектории, а также скорость, ускорение точки и радиус кривизны траектории.

**Указания:** Задача К1 относится к кинематике точки. Для ее решения необходимо знать формулы определения скорости точки, а также нормального и касательного ускорений. В некоторых вариантах задач при определении траектории и при последующих расчетах следует учесть известные тригонометрические формулы:  $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$ ;  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ ; зависимости  $x = f_1(t)$  и  $y = f_2(t)$  заданы в табл. К1.

Таблица К1

№ варианта	$x=f_1(t)$ , м	№ условия	$y=f_2(t)$ , м
0	$2 - 3\cos(\frac{\pi}{6}t)$	0	$2t^2 + 2$
1	$6\cos(\frac{\pi}{6}t) - 3$	1	$2t^2 + 2$
2	$4 \cos(\frac{\pi}{6}t)$	2	$2t^3$
3	$10 \sin(\frac{\pi}{6}t)$	3	$2 - 3t^2$
4	$6 \sin(\frac{\pi}{6}t) - 1$	4	$(t + 1)^3$
5	$\cos(\frac{\pi}{6}t)$	5	$2 - t^3$
6	$4 - 2 \cos(\frac{\pi}{6}t)$	6	$5t^2$
7	$12 \sin(\frac{\pi}{6}t)$	7	$5t^3$
8	$4 - 6 \sin(\frac{\pi}{6}t)$	8	$5 + t^2$
9	$8 \sin(\frac{\pi}{6}t) - 2$	9	$5 + t^3$

**Пример задачи К1**

Даны уравнения движения точки  $x = -2 \cos(\frac{\pi}{4}t) + 3$ ;  $y = 2 \sin(\frac{\pi}{8}t) - 1$ , ( $x, y$  - в метрах,  $t$  - в секундах).

Определить скорость и ускорение точки, а также радиус кривизны траектории в заданный момент времени.

**Решение:** Исключим из заданных уравнений движения параметр  $t$ , учитывая что  $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$  или  $\cos(\frac{\pi}{4}t) = 1 - 2 \sin^2(\frac{\pi}{8}t)$ .

На основании чего получим:

$$\cos(\frac{\pi}{4}t) = \frac{3-x}{2}, \quad \sin(\frac{\pi}{8}t) = \frac{y+1}{2};$$

Следовательно, выразив  $\sin(\frac{\pi}{8}t)$ , из уравнений движения имеем:

$$\frac{3-x}{2} = 1 - 2 \frac{(y+1)^2}{4}; \quad x = (y+1)^2 + 1.$$

Скорость точки найдем в соответствии с координатным способом задания движения;

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{2} \sin(\frac{\pi}{4}t); \quad V_y = \frac{dy}{dt} = \frac{\pi}{4} \cos(\frac{\pi}{8}t); \quad V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2};$$

и при  $t = 1$  с.

$$V_{1x} = 1,11 \text{ м/с}, \quad V_{1y} = 0,73 \text{ м/с};$$

$$V_1 = \sqrt{V_{1x}^2 + V_{1y}^2} = \sqrt{1,11^2 + 0,73^2} = 1,33 \text{ м/с};$$

Аналогично найдем ускорение точки:

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{\pi^2}{8} \cos(\frac{\pi}{4}t); \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = -\frac{\pi^2}{32} \sin(\frac{\pi}{8}t); \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2};$$

и при  $t=1$  с.

$$a_{1x} = 0,87 \text{ м/с}^2; \quad a_{1y} = -0,12 \text{ м/с}^2; \quad a_1 = 0,88 \text{ м/с}^2.$$

Касательное ускорение определим, дифференцируя по времени равенство скорости точки  $V^2 = V_x^2 + V_y^2$ . Получим:

$$2V \frac{dV}{dt} = 2V_x \frac{dV_x}{dt} + 2V_y \frac{dV_y}{dt},$$

а тогда

$$a^t = \frac{dV}{dt} = \frac{V_x a_x + V_y a_y}{V}$$

После подстановки численных значений в последнее выражение будем иметь:

$$a^t_1 = 0,66 \text{ м/с}^2.$$

Нормальное ускорение точки  $a^n = \sqrt{a^2 - (a^t)^2}$ .

Подставляя численные значения при  $t_1 = 1$  с, получим:

$$a^n_1 = 0,58 \text{ м/с}^2.$$

Радиус кривизны траектории определяется из выражения

$$\rho = \frac{V^2}{a^n}$$

В результате подстановки числовых значений найдем, что при  $t = 1$  с

$$\rho = 3,05 \text{ м}.$$

**Задача К2**

Механизм состоит из ступенчатых колес 1-3, находящихся в зацеплении или связанных ременной передачей, зубчатой рейки и груза 5 (рис. К2.0...К2.9). Исходные данные сведены в табл. К2.

Радиусы ступенчатых колес равны соответственно: у колеса 1 -  $r_1 = 2$  см,  $R_1 = 4$  см, у колеса 2 -  $r_2 = 6$  см,  $R_2 = 8$  см, у колеса 3 -  $r_3 = 12$  см,  $R_3 = 16$  см. На ободьях колес расположены точки А, В и С.

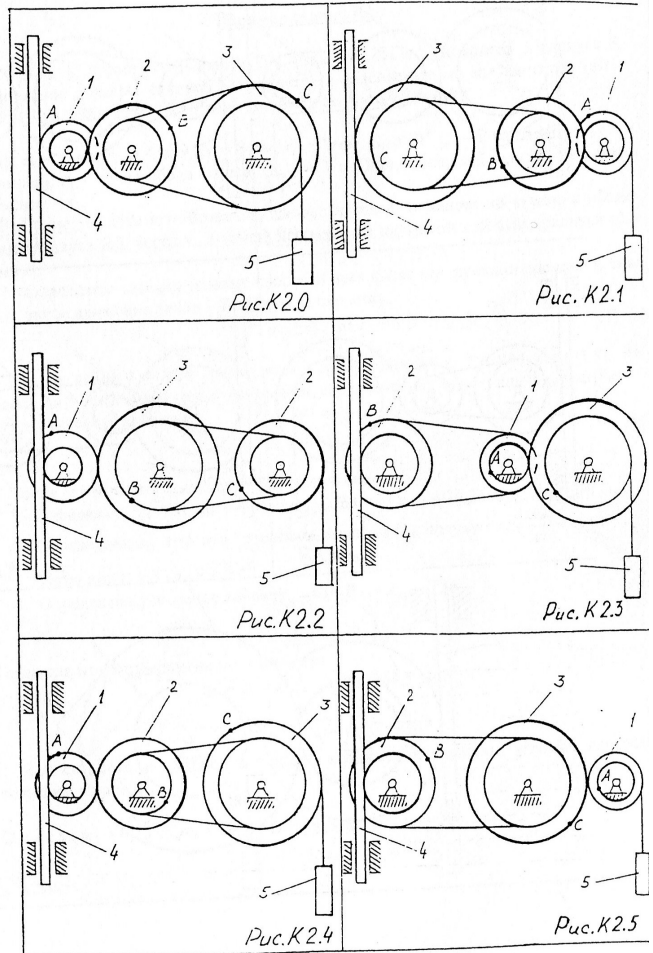
В столбце «Дано» таблицы указан закон движения или закон изменения скорости ведущего звена механизма, где  $\varphi_1(t)$  - закон вращения колеса 1,  $S_4(t)$  - закон движения рейки 4,  $\omega_2(t)$  - закон изменения угловой скорости колеса 2,  $v_5(t)$  - закон изменения скорости груза 5 и т.д. (везде  $\varphi$  выражено в радианах,  $s$  - в сантиметрах,  $t$  - в секундах). Положительное направление для  $\varphi$  и  $\omega$  против хода часовой стрелки, для  $S_4$ ,  $S_5$  и  $v_4$ ,  $v_5$  - вниз.

Определить момент времени  $t_1 = 2$  с, указанные в таблице в столбцах «Найти» скорости ( $v$  - линейные,  $\omega$  - угловые) и ускорения ( $a$  - линейные,  $\epsilon$  - угловые) соответствующих точек или тел (скорость  $v_5$  - скорость груза 5 и т.д.).

**Указания.** Задача К2 на исследование вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси. При решении задачи учесть, что когда два колеса находятся в зацеплении, скорость точки зацепления каждого колеса одна и та же, а когда два колеса связаны ременной передачей, то скорости всех точек ремня и, следовательно, точек, лежащих на ободьях каждого из этих колес в данный момент времени численно одинаковы; при этом считается, что ремень по ободу колеса не скользит.

Таблица К2

Номер условия варианта	Дано Закон движения	Найти	
		скорости	ускорения
0	$S_4 = 4(7t - t^2)$	$V_B, v_C$	$\epsilon_2, a_A, a_5$
1	$v_5 = 2(t^2 - 3)$	$V_A, v_C$	$\epsilon_3, a_B, a_4$
2	$\varphi_1 = 2t^2 - 9$	$v_4, \omega_2$	$\epsilon_2, a_C, a_5$
3	$\omega_2 = 7t - 3t^2$	$v_5, \omega_3$	$\epsilon_2, a_A, a_4$
4	$\varphi_3 = 3t - t^2$	$v_4, \omega_1$	$\epsilon_1, a_B, a_5$
5	$\omega_1 = 5t - 2t^2$	$v_5, v_B$	$\epsilon_2, a_C, a_4$
6	$\varphi_2 = 2(t^2 - 3t)$	$v_4, \omega_1$	$\epsilon_1, a_C, a_5$
7	$v_4 = 3t^2 - 8$	$V_A, \omega_3$	$\epsilon_3, a_B, a_5$
8	$S_5 = 2t^2 - 5t$	$v_4, \omega_2$	$\epsilon_1, a_C, a_4$
9	$\omega_3 = 8t - 3t^2$	$v_5, v_B$	$\epsilon_2, a_A, a_4$



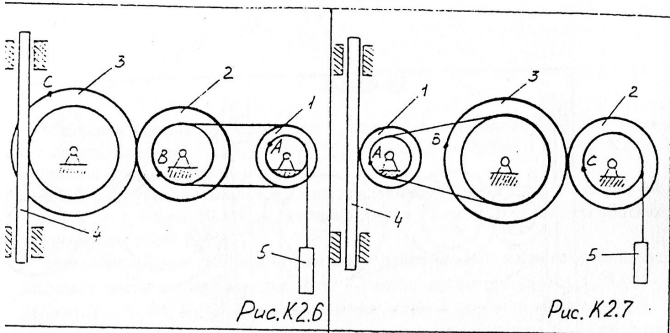


Рис. К2.6

Рис. К2.7

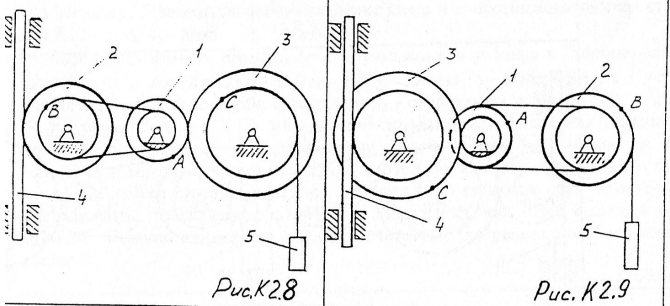


Рис. К2.8

Рис. К2.9

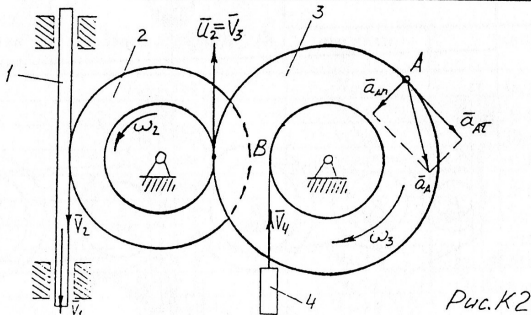


Рис. К2

**Пример задачи К2**

Рейка 1, ступенчатое колесо 2 с радиусом  $R_2$  и  $r_2$  и колесо 3 радиуса  $R$  скрепленное с валом радиуса  $r_3$  находится в зацеплении: на вал намотана нить-грузом 4 на конце (рис. К2). Рейка движется по закону  $S_1 = f(t)$ .

Дано:  $R_2 = 6$  см,  $r_2 = 4$  см,  $R_3 = 8$  см,  $r_3 = 3$  см,  $S_1 = 3t^3$  (S - в сантиметрах, t - секундах), A - точка обода колеса 3,  $t_1 = 3$  с. Определить:  $\omega_3, v_4, \epsilon_3, a_A$  в моме времени  $t = t_1$ .

**Решение:** Условимся обозначать скорости точек, лежащих на внешних ободах колес (радиуса  $R_i$ ), через  $v_i$ , а точек, лежащих на внутренних ободах (радиуса  $r_i$ ) через  $u_i$ .

1. Определим сначала угловые скорости всех колес как функции времени t. З закон движения рейки 1, находим ее скорость

$$v_1 = \frac{dS_1}{dt} = 9t^2 \quad (1)$$

Так как рейка и колесо 2 находятся в зацеплении, то  $v_2 = v_1$  или  $\omega_2 R_2 = v_1$ . колеса 2 и 3 тоже находятся в зацеплении, следовательно,  $u_2 = v_3$  или  $\omega_2 r_2 = \omega_3 R_3$ . Из этих равенств находим:

$$\omega_2 = \frac{v_1}{R_2} = \frac{3}{2}t^2, \quad \omega_3 = \frac{r_2}{R_3} \omega_2 = \frac{3}{4}t^2$$

Тогда для момента времени  $t = 3$  с получим  $\omega_3 = 6,75$  с<sup>-1</sup>.

2. Определяем  $v_4$ . Так как  $v_4 = v_B = \omega_3 r_3$ , то  $t_1 = 3$  с  $v_4 = 20,25$  см/с.

3. Определяем  $\epsilon_3$ . Учитывая второе из равенств (2), получим  $\epsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = 1,5t$ .

Тогда при  $t_1 = 3$  с  $\epsilon_3 = 4,5$  с<sup>-2</sup>.

4. Определяем ускорение точки A:  $\vec{a}_A = \vec{a}_{A\tau} + \vec{a}_{An}$ , где

$$a_{A\tau} = R_3 \epsilon_3, \quad a_{An} = R_3 \omega_3^2$$

Тогда для момента времени  $t_1 = 3$  с имеем:

$$a_{A\tau} = 36 \text{ см/с}^2, \quad a_{An} = 364,5 \text{ см/с}^2$$

$$a_A = \sqrt{a_{A\tau}^2 + a_{An}^2} = 366,3 \text{ см/с}^2$$

Все скорости и ускорения точек, а также направления угловых скоростей показаны на рис. К2.

О т в е т:  $\omega_3 = 6,75$  с<sup>-1</sup>,  $v_4 = 20,25$  см/с;  $\epsilon_3 = 4,5$  с<sup>-2</sup>,  $a_A = 366,3$  см/с<sup>2</sup>.

### Задача К3.

Задача К3 на определение кинематических параметров точек и тел. Для заданной системы тел определить скорость и ускорение точки, указанной в таблице К3. Для момента времени  $t$ , если известен закон движения одного из тел системы.

Таблица К3

№ условия	Закон движения тела	Точка	Время $t$ , с
0	$x_1=2t^2$ (м)	А	1
1	$\varphi_2=2\pi t^2$ (рад)	В	2
2	$x_1=10t^2+t$ (м)	С	4
3	$\varphi_2=5\pi t^2$ (рад)	А	1
4	$x_1=8t^2+5t$ (м)	В	2
5	$\varphi_2=10\pi t^2+2t$ (рад)	С	4
6	$x_1=2\pi t^2+2t$ (м)	А	1
7	$\varphi_2=\sin \frac{\pi}{6} t$ (рад)	В	2
8	$x_1=6t^2+3t$ (м)	С	4
9	$\varphi_2=\cos \frac{\pi}{6} t$ (рад)	А	1

#### Указания:

Для решения задачи необходимо знать как определяются скорости и ускорения точек при плоско-параллельном движении (П.П.Д.) тела. Скорость любой точки М тела, совершающего П.П.Д., равна:

$$V_M = \omega \cdot AP,$$

где:  $\omega$  – угловая скорость тела;

AP – расстояние от данной точки до мгновенного центра скоростей (М.Ц.С.) тела.

Ускорение любой точки М при П.П.Д. тела представляет собой векторную сумму

$$\vec{a}_M = \vec{a}_K + \vec{a}_{MK}^{\tau} + \vec{a}_{MK}^n$$

где:  $a_K$  – ускорение полюса;

$a_{MK}^{\tau}$  – тангенциальное ускорение вращательного движения точки М относительно полюса;

$a_{MK}^n$  – нормальное ускорение точки М относительно полюса.

За полюс необходимо принимать ту точку тела, для которой известны соответствующие кинематические характеристики.

При определении скоростей точек тела, совершающего П.П.Д. можно пользоваться также теоремой о проекциях скоростей точек тела.

### Пример задачи К3

Для заданной системы тел (рис. К3) определить скорость и ускорение т. Дано:  $x_1=2t^2$ ,  $R_2=2$  м,  $r_2=1$  м;  $R_3=2$  м,  $t_1=1$  с.

**Решение:** Определим скорость тела 1 по его закону движения  $V_1 = \frac{dx_1}{dt} =$

Угловая скорость тела 2 будет равна

$$\omega_2 = \frac{V_1}{r_2} = \frac{4t}{1} = 4t \text{ (с}^{-1}\text{)}$$

Скорость точки  $O_3$  определится выражением

$$V_{O_3} = \omega_2 \cdot R_2 = 8t \text{ (м/с)}$$

Угловая скорость тела 3 равняется отношению скорости точки О к радиусу точки О до М.Ц.С. (точка Р).

$$\omega_3 = \frac{V_{O_3}}{OP} = \frac{V_{O_3}}{R_3} = \frac{8t}{2} = 4t \text{ (с}^{-1}\text{)}$$

Скорость точки А будет равна  $V_A = \omega_3 \cdot AP = 4t \cdot R_3 \cdot \sqrt{2} = 4t \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 10,6t$  (м/с). Определим ускорение точки О зная, что траектория её прямая линия.

$$a_o = \frac{dV_o}{dt} = 8 \text{ м/с}^2$$

Ускорение точки А (точка О принята за полюс) имеет вид:

$$a_A = \vec{a}_O + \vec{a}_{AO}^{\tau} + \vec{a}_{AO}^n$$

Спроецируем данное векторное выражение на оси координат соответственно и получим

$$\vec{a}_{Ax} = \vec{a}_O + \vec{a}_{AO}^n, \quad a_{Ay} = \vec{a}_{AO}^{\tau}$$

Нормальное ускорение точки А при вращении тела относительно определится

$$a_{AO}^n = \omega_3^2 \cdot AO = 4t \cdot R_3 = 8t.$$

Тогда проекция ускорения точки А на ось х будет равна

$$a_{Ax} = 8t + 8t = 16t$$

$$\text{При } t=1 \text{ с } a_{Ax} = 16 \text{ м/с}^2.$$

Тангенциальное ускорение точки А при вращении тела относительно равно:

$$a_{AO}^{\tau} = \epsilon_3 AO,$$

где  $\epsilon_3$  – угловое ускорение тела 3.

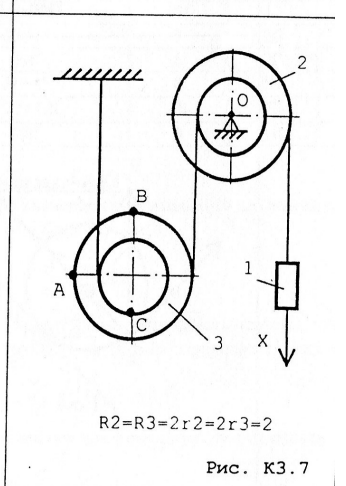
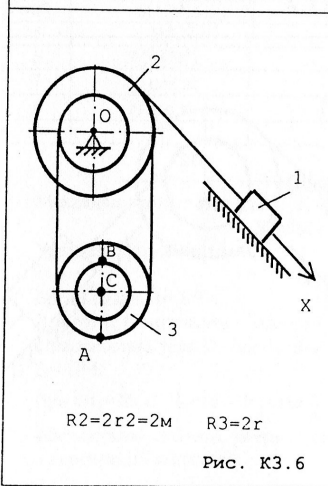
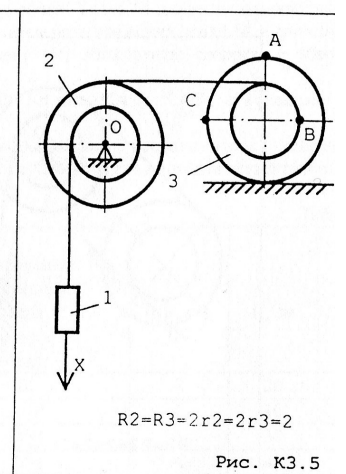
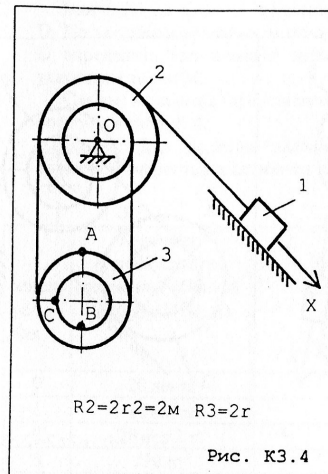
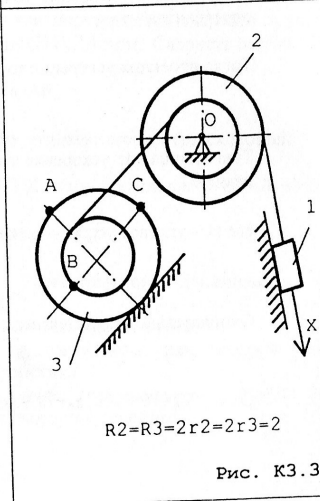
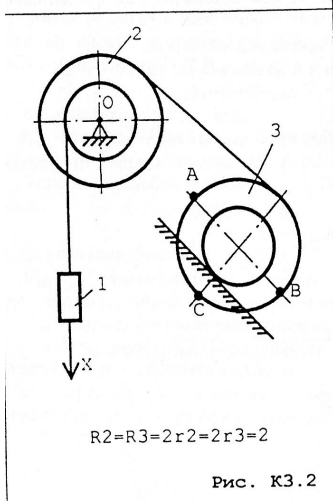
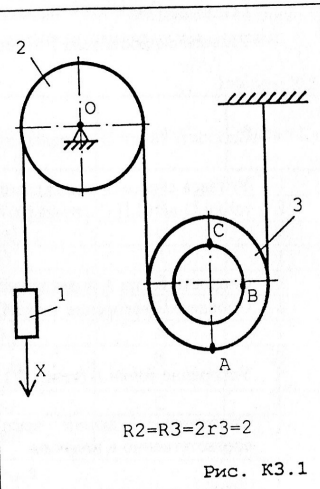
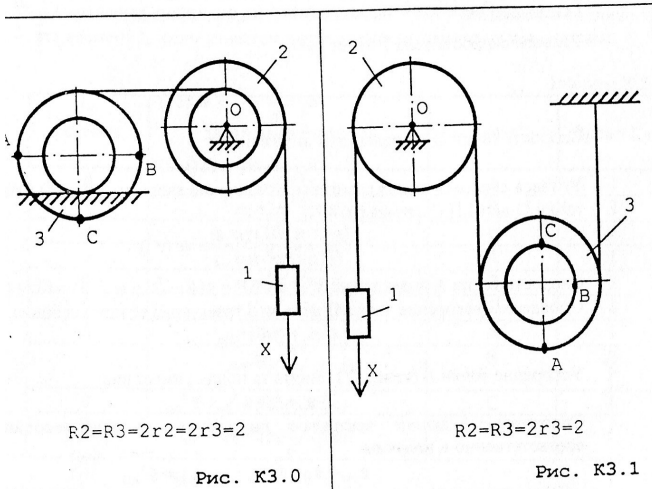
$$\epsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = 4 \text{ с}^{-2}$$

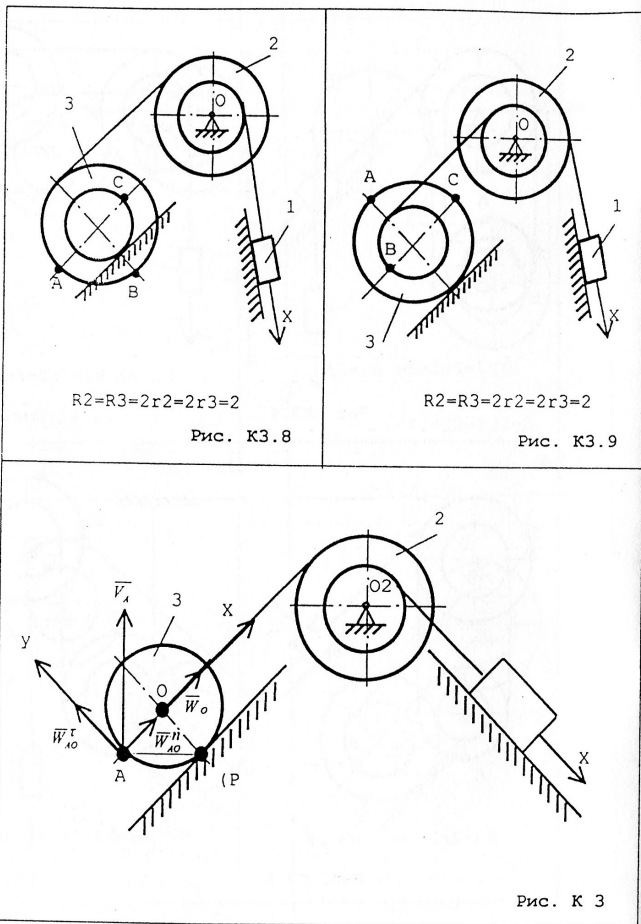
$$\text{При } t=1 \text{ с } a_{Ay} = a_{AO}^{\tau} = 8 \text{ м/с}^2$$

Окончательно определим модуль ускорения точки А

$$a_A = \sqrt{(a_{Ax})^2 + (a_{Ay})^2} = \sqrt{16^2 + 8^2} = 17,9 \text{ м/с}^2$$

Ответ:  $V_A = 10,6$  м/с;  $a_A = 17,9$  м/с<sup>2</sup>.





**Задача К4**

Задача К4 на сложное движение точки. Точка М движется относительно тела D. По заданным уравнениям относительного движения точки М и движения тела D определить для момента времени  $t=t_1$  абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки М.

Схемы вариантов представлены на рис. К.4.0...К.4.9., а исходные данные сведены в табл. К.4.

**Указания:** Для решения задачи необходимо воспользоваться теоремами сложения скоростей и сложения ускорений при сложном движении точки.

Таблица К.4

номер условия	Уравнение относительного движения точки М $OM=S_r=S(t)$ (см)	Уравнение движения тела $\varphi_c=\varphi(t)$ (рад)	$t_1, c$	R, см	a, см
0	$20 \sin \pi t$	$2t^3$	2	20	10
1	$10 \sin \pi t$	$2t^3-t^2$	1	10	70
2	$20 \cos 2 \pi t$	$2t+t^2$	3	30	50
3	$120 \pi t^2$	$2t^2-t$	4	40	20
4	$6t+3t^2$	$5t^2+10t$	5	15	30
5	$5t^2$	$10t^3+t$	7	30	15
6	$10t+2t^2$	$20t^3$	6	20	40
7	$30 \cos \pi t$	$2t^3+t^2$	8	50	30
8	$15 \sin \pi t$	$10t^2+10t$	10	70	10
9	$2t^2$	$10t^2$	9	10	20

**Пример задачи К4**

Механизм представлен на рис. К.4. Уравнение относительного движения точки:

$$S_r=OM=16-8 \cos 3\pi t \text{ см;}$$

Уравнение движения тела:

$$\varphi_c = 0,9 t^2 - 9t^3 \text{ рад;}$$

Время задано  $t_1=2/9 c$

**Решение:** Считаем, что в заданный момент времени плоскость чертежа совпадает с плоскостью тела D. Положение точки М на теле D определяется расстоянием  $S_r=OM$ .

При  $t=t_1=2/9 c$ .  $S_r=16-8 \cos(3\pi \cdot \frac{2}{9}) = 20, 0 \text{ см.}$

Абсолютную скорость точки М определим как векторную сумму относительной и переносной скоростей:

$$\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e$$

Модуль относительной скорости



$$V_r = \frac{dS_r}{dt} = 24\pi \sin 3\pi t \text{ (см/с)}$$

При  $t = 2/9$  с,  $V_r = 65,2$  см/с.

Положительный знак у  $V_r$  указывает на то, что вектор  $\bar{V}_r$  направлен в сторону возрастания  $S_r$ .

Модуль переносной скорости точки M

$$V_e = R\omega_e,$$

где  $R$  - радиус окружности, описываемой точкой тела, с которой в заданный момент времени совпадает точка M,  $R = S_r \sin 30^\circ = 10,0$  см;  $\omega_e$  - модуль угловой скорости тела D.

$$\omega_e = \frac{d\varphi_e}{dt} = 1,8 - 2,7t^2 \text{ (рад/с)}$$

При  $t = t_1 = 2/9$  с.

$$\omega_e = -0,93 \text{ рад/с}$$

Отрицательный знак у  $\omega_e$  показывает, что вращение тела происходит вокруг оси OZ в сторону, обратную направлению отсчета угла  $\varphi$ . Поэтому вектор  $\omega_e$  направлен по оси OZ вниз (рис. K.4a).

Модуль переносной скорости т.М будет равен (при  $t = 2/9$  с).

$$V_e = 9,3 \text{ см/с.}$$

Вектор  $\bar{V}_e$  направлен по касательной к окружности L в сторону вращения тела.

Так как  $\bar{V}_e$  и  $\bar{V}_r$  взаимно перпендикулярны, модуль абсолютной скорости точки M:

$$V_t = \sqrt{V_r^2 + V_e^2}$$

$$\text{или при } t = 2/9 \text{ с } V_t = 65,9 \text{ см/с}$$

Абсолютное ускорение точки M равно геометрической сумме относительного, переносного и кориолисова ускорений:

$$\bar{a}_a = \bar{a}_r + \bar{a}_e + \bar{a}_c$$

или в развернутом виде

$$\bar{a}_a = \bar{a}_r^1 + \bar{a}_r^2 + \bar{a}_e^1 + \bar{a}_e^2 + \bar{a}_c$$

Модуль относительного касательного ускорения

$$a_r^1 = \frac{d^2 S_r}{dt^2} = 72\pi^2 \cos 3\pi t \text{ (см/с}^2\text{)}$$

$$\text{При } t = 2/9 \text{ с } a_r^1 = -355 \text{ см/с}^2.$$

Отрицательный знак  $a_r^1$  показывает, что вектор  $\bar{a}_r^1$  направлен в сторону отрицательных значений  $S_r$ . Знаки  $V_r$  и  $a_r^1$  противоположны, т.е. относительное движение т.М замедленное (рис. K.4в).

Относительное нормальное ускорение  $a_r^2 = \frac{V_r^2}{\rho} = 0$ .

т.к. траектория относительного движения прямая, то  $\rho = \infty$ .

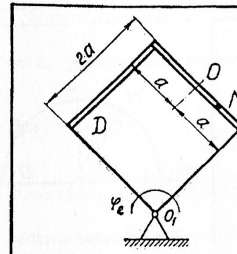


Рис. K3.0

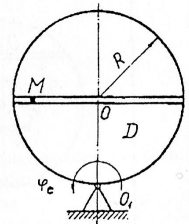


Рис. K3.1

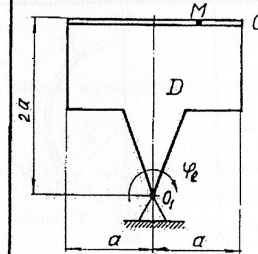


Рис. K3.2

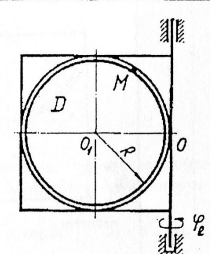


Рис. K3.3

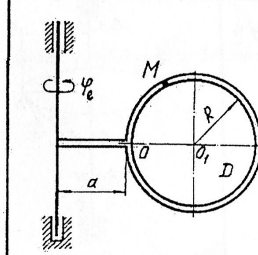


Рис. K3.4

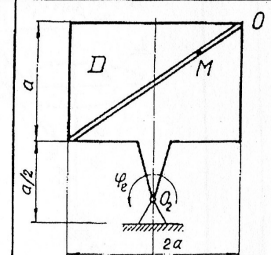


Рис. K3.5

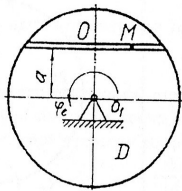


Рис.

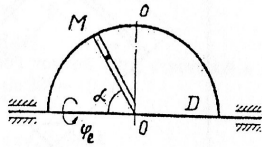


Рис.

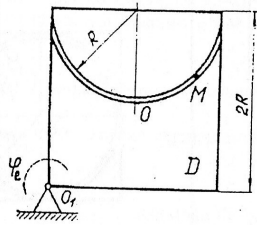


Рис.

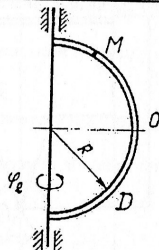


Рис.

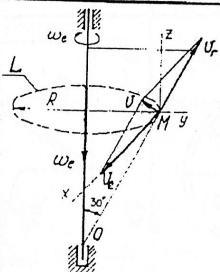


Рис.

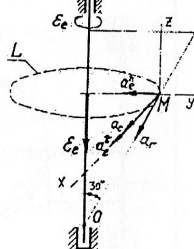


Рис.

Модуль переносного тангенциального ускорения точки М:

$$a_e^t = R\epsilon_e,$$

где  $\epsilon_e$  - угловое ускорение тела D.

$$\epsilon_e = \frac{d^2\varphi_e}{dt^2} = 1,8 - 54t \text{ (с}^{-2}\text{)}$$

При  $t = t_1 = 2/9$  с

$$\epsilon_e = -10,2 \text{ (с}^{-2}\text{)}$$

Знаки  $\epsilon_e$  и  $\omega_e$  одинаковы, следовательно, вращение тела D ускоренное.

$$a_e^t = 102 \text{ см/с}^2.$$

Модуль переносного нормального ускорения

$$a_e^n = R\omega_e^2 = 9 \text{ см/с}^2.$$

Вектор  $\vec{\omega}_e$  направлен к центру окружности L (рис.К4.в).

Ускорение Кориолиса определяется выражением:

$$a_c = 2\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r$$

Модуль кориолисова ускорения при  $t = 2/9$  с:

$$a_c = 2\omega_e V_r \sin 150^\circ = 61 \text{ см/с}^2.$$

Вектор  $\vec{a}_c$  направляем согласно правилу векторного произведения (рис.К).

Модуль абсолютного ускорения точки М определим, проецируя вектор на координатные оси:

$$a_x = -a_e \cos 30^\circ; \quad a_y = -a_e^n - a_e \cos 60^\circ; \quad a_z = a_e^t + a_c.$$

Тогда

$$a_a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = 395 \text{ см/с}^2$$

Ответ:  $V_a = 65,9$  см/с;  $a_a = 395$  см/с<sup>2</sup>.